

Inhaltsverzeichnis

1	Magische Quadrate	13
1.1	Geschichte der magischen Quadrate	13
1.2	Was sind magische Quadrate	14
1.3	Magische Summe	16
1.4	Drehungen und Spiegelungen	17
1.5	Normierte magische Quadrate	20
1.6	Magische Quadrate zählen	21
1.7	Darstellung von magischen Quadraten	24
1.7.1	Koordinatensystem	24
1.7.2	Darstellung im Zahlensystem	25
1.7.3	Analytische Darstellung	26
1.7.4	Algebraische Muster	27
1.7.5	Affine Gleichungen	28
1.8	Anordnungen von Zahlen	30
1.8.1	Natürliche Anordnung	30
1.8.2	Plussequenzen	31
1.8.3	Komplementsequenzen	32
1.8.4	Reversible Quadrate	32
2	Eigenschaften	37
2.1	Semi-magische Quadrate	37
2.2	Einfache magische Quadrate	38
2.3	Symmetrische magische Quadrate	38
2.4	Pandiagonale magische Quadrate	41
2.5	Semi-pandiagonale magische Quadrate	45
2.6	Bentdiagonal magische Quadrate	46
2.7	Selbstkomplementäre magische Quadrate	48
2.8	Ultramagische Quadrate	52
2.9	Supermagische Quadrate	55
2.10	Reguläre magische Quadrate	58
2.11	Gerahmte magische Quadrate	60
2.12	Zusammengesetzte magische Quadrate	63
2.13	Bimagische Quadrate	66

2.14	Trimagische Quadrate	70
2.15	Eingebettete magische Quadrate	71
2.16	Kompakte magische Quadrate	72
2.17	Quadrantengleiche magische Quadrate	73
2.18	Magische Quadrate mit gleichen Quadratsummen	73
2.19	Zerlegung in Rechtecke mit gleichen Summen	74
3	Ordnung 4	77
3.1	Magische Quadrate 4. Ordnung	77
3.1.1	Gruppen 1 bis 6	78
3.1.2	Gruppe 6b	84
	1. Additionstabelle	87
	2. Additionstabelle	89
	3. Additionstabelle	90
3.1.3	Gruppe 7	91
3.1.4	Gruppe 8	94
3.1.5	Gruppe 9	95
3.1.6	Gruppe 10	95
3.1.7	Gruppe 11	96
3.1.8	Gruppe 12	97
3.2	Abbildungen zwischen den Dudeney-Gruppen	98
3.2.1	Gruppe 1 und Gruppe 2	98
3.2.2	Gruppe 2 und Gruppe 3	99
3.2.3	Gruppe 3 und Gruppe 1	99
3.2.4	Gruppe 4 und Gruppe 5	101
3.2.5	Gruppe 4 und Gruppe 6a	101
3.2.6	Gruppe 7 und Gruppe 8	102
3.2.7	Gruppe 7 und Gruppe 9	103
3.2.8	Gruppe 7 und Gruppe 10	104
3.2.9	Magische Eigenschaften	104
	Pandiagonal	104
	Bentdiagonal	105
	Symmetrisch	105
	Selbstkomplementär	105
4	Ungerade Ordnungen	107
4.1	Beliebige Ordnungen n	107
4.1.1	Al-Haytham	107
4.1.2	Moschopoulos 1	108
	Variation der Startposition	110
	Variation der Richtung	111

	Variation des Zwischenschrittes	112
	Variation der Richtung und des Zwischenschrittes	113
4.1.3	Moschopoulos 2	114
	Variation des Hauptschrittes	116
	Variation der Startposition	117
	Variation des Zwischenschrittes	118
4.1.4	Bachet de Méziriac	119
4.1.5	De La Loubère	121
	Variation der Startposition	123
	Variation der Richtung	124
	Variation des Zwischenschrittes	125
4.1.6	Sauveur (Diagonalenmethode)	127
4.1.7	Sauveur (Methode der Indizierung)	129
4.1.8	Sauveur (Gemischte Methode)	134
4.1.9	Sauveur (Ungeordnete Methode)	135
4.1.10	Sauveur (Methode der analogen Buchstaben)	137
4.1.11	Bachet – Labosne (Diagonalenmethode)	139
4.1.12	Bachet-Labosne (Variante von Narayana)	140
4.1.13	Rallier des Ourmes	141
4.1.14	Frierson	143
4.1.15	Allgemeine Schrittmethode	145
4.1.16	Reiner	152
4.1.17	De Los Reyes – Pourdarvish – Midha – Das	154
4.1.18	Chan – Mainkar – Narayan – Webster	156
4.1.19	Liao Yen-er – Zhu Bao-man – Wu Lian-fa	159
4.1.20	Lozenge - Quadrate	161
	Methode 1	161
	Methode 2	163
	Methode 3	164
	Methode 4	165
	Methode 5	166
	Methode 6	168
	Methode 7	169
	Methode 8	170
	Methode 9	172
	Methode 10 (Modulare Gleichungen)	174
	Methode 11 (Affine Gleichungen)	176
4.2	Ordnungen $n \neq 3k$	178
4.2.1	Poignard	178
4.2.2	Margossian	179
4.3	Primzahlordnungen	185

4.3.1	Cram (Methode 1)	185
4.3.2	Cram (Methode 2)	188
4.3.3	Cram (Methode 3)	189
4.4	Zusammengesetzte Ordnungen	191
4.4.1	Cram (Methode 4)	191
	Quadratische Ordnungen	191
	Ordnungen mit mehreren Teilern	192
4.4.2	Cram (Methode 5)	194
	Quadratische Ordnungen	194
	Ordnungen mit mehreren Teilern	196
4.5	Weitere Verfahren	201
5	Doppelt-gerade Ordnungen	202
5.1	Arabische Methoden	202
5.1.1	Diagonalenmethode	202
5.1.2	Al-Kharaqi (Methode der Markierungen)	207
5.1.3	Al-Asfizari	216
5.1.4	Unbekannter Autor (Methode 1)	221
5.1.5	Unbekannter Autor (Methode 2)	224
5.1.6	Shabramallisi (Methode 1)	225
5.1.7	Shabramallisi (Methode 2)	228
5.1.8	Shabramallisi (Methode 3)	232
5.1.9	Shabramallisi (Methode 4)	237
5.1.10	Shabramallisi (Methode 5)	239
5.1.11	Shabramallisi (Methode 6)	243
5.1.12	Moschopoulos	247
5.2	Methoden der Neuzeit	252
5.2.1	Arnauld	252
5.2.2	Poignard	255
5.2.3	De la Hire	259
5.2.4	D'Ons-en-Bray	269
5.2.5	Rallier des Ourmes	272
5.2.6	Planck (Methode der Umkehrungen)	274
5.2.7	Methode der Drehungen	276
5.2.8	Drach	280
5.2.9	Cram (Methode 1)	284
5.2.10	Cram (Methode 2)	288
5.2.11	Cram (Methode 3)	293
5.2.12	Planck	299
5.2.13	Shen	303
5.2.14	Huang – Lin	309

5.2.15	Umar	313
5.2.16	Ibrahim – Jibril – Umar	315
5.2.17	Pan Linsen	318
5.2.18	Liang Peiji – Zhang Hangfu – Zhang Xiafu	319
5.2.19	Duan – Liu – Li – Tian	320
5.2.20	Zheng Ronghui – Lin Kerong – Chen Rongsi	322
5.2.21	Lin Pengcheng (Methode 1)	323
5.2.22	Lin Pengcheng (Methode 2)	325
5.2.23	Zhu Yunshan	327
5.3	Erweiterung von 4×4 - Basisquadraten	329
5.3.1	Unbekannter Autor (Methode 1)	329
5.3.2	Unbekannter Autor (Methode 2)	338
5.3.3	Unbekannter Autor (Methode 3)	344
5.3.4	Unbekannter Autor (Methode 4)	346
5.3.5	Unbekannter Autor (Methode 5)	348
5.3.6	Unbekannter Autor (Methode 6)	351
5.3.7	Unbekannter Autor (Methode 7)	353
5.3.8	Unbekannter Autor (Methode 8)	355
6	Einfach-gerade Ordnungen	364
6.1	Eigenständige Verfahren	364
6.1.1	Al-Kharaqi	364
6.1.2	Al-Haytham	369
6.1.3	Al-Antaki	372
6.1.4	Bachet – Labosne	377
6.1.5	Drach	380
6.1.6	Nelson	382
6.1.7	Bouteloup	385
6.1.8	Wang Fat – Zhou Ming	389
6.1.9	Unbekannter Autor (Methode 1)	391
6.2	Erweiterung von anderen Verfahren	394
6.2.1	Rallier des Ourmes	394
6.2.2	Cram	396
6.2.3	Planck (Methode der Umkehrungen)	400
6.2.4	Shen	403
6.2.5	Pan Linsen	406
6.2.6	Liang Peiji – Zhang Hangfu – Zhang Xiafu	409
6.2.7	Lin Pengcheng (Methode 1)	411
6.2.8	Lin Pengcheng (Methode 2)	413
6.2.9	Duan – Liu – Li – Tian	417
6.2.10	Umar	420

6.2.11	Ibrahim – Jibril – Umar	422
6.2.12	unbekannter Autor (Methode 2)	425
6.2.13	Unbekannter Autor (Methode 3)	431
7	Gerade Ordnungen	437
7.1	Devedec	437
7.2	Planck	440
7.3	Lecornu	444
7.4	Sauveur	448
7.5	Unbekannter Autor	451
8	Verdopplung der Ordnung	455
8.1	Einfach-gerade Ordnungen	455
8.1.1	LUX - Methode (Conway)	455
8.1.2	Strachey	458
8.1.3	Rothstein	460
8.1.4	Unbekannter Autor (Methode 1)	469
8.1.5	Unbekannter Autor (Methode 2)	472
8.1.6	Zheng Ronghui – Lin Kerong – Chen Rongsi	473
8.1.7	Zhan – Wang – Huang	476
8.2	Doppelt-gerade Ordnungen	481
8.2.1	Aubry	481
8.2.2	Unbekannter Autor (Methode 3)	483
8.3	Beliebige gerade Ordnungen	487
8.3.1	Strachey (Variante von Benson – Jacoby)	487
8.3.2	Benson – Jacoby	490
8.3.3	Bouteloup	493
8.3.4	Hendricks	498
8.3.5	Chen Zhong-mu	505
8.3.6	Widdis – Richter	509
8.3.7	Candy	513
8.3.8	Medjig-Methode	536
8.3.9	Cram	544
9	Gerahmte magische Quadrate	550
9.1	Gerahmte magische Quadrate ungerader Ordnung	550
9.1.1	Abu'l-Wafa al-Buzjani (Methode 1)	550
9.1.2	Abu'l-Wafa al-Buzjani (Methode 2)	553
9.1.3	Abu'l-Wafa al-Buzjani (Methode 3)	555
9.1.4	Ibn Yunis	558
9.1.5	Stifel	561

9.1.6	Al-Kharaqi	570
9.1.7	Seki	573
9.1.8	Tanaka	577
9.1.9	Travers	579
9.1.10	Vaithianathan	582
9.1.11	Unbekannter Autor (Methode 1)	585
9.1.12	Unbekannter Autor (Methode 2)	587
9.1.13	Unbekannter Autor (Methode 3)	589
9.1.14	Benson – Jacoby	592
9.2	Gerahmte magische Quadrate gerader Ordnung	595
9.2.1	Al-Kharaqi	595
9.2.2	Al-Zanjani	600
9.2.3	Stifel	604
9.2.4	Seki	610
9.2.5	D’Ons-en-Bray	612
9.2.6	Rallier des Ourmes	615
9.2.7	Andrews	621
9.2.8	Benson – Jacoby	624
9.2.9	Liu Feng-lin	630
9.2.10	Unbekannter Autor (Methode 1)	635
9.2.11	Unbekannter Autor (Methode 2)	639
9.2.12	Unbekannter Autor (Methode 3)	643
9.2.13	Unbekannter Autor (Methode 4)	646
9.2.14	Unbekannter Autor (Methode 5)	648
9.2.15	Lin Shu-fei	654
9.2.16	Wang Hui-feng	660
9.2.17	Zhao Li-hua	665
9.2.18	Zhu Yunshan	667
9.3	Konzentrische magische Quadrate ungerader Ordnung	672
9.3.1	Al-Buni (Methode 1)	672
9.3.2	Al-Buni (Methode 2)	674
9.3.3	Dommissé	676
9.3.4	Rallier des Ourmes	681
9.3.5	Hendricks	688
9.3.6	Arnauld	694
9.3.7	Deng Xiang-ping	702
9.4	Konzentrische magische Quadrate gerader Ordnung	707
9.4.1	Al-Buni	707
9.4.2	Arnauld	709
9.4.3	Cao Xiao-qin	720

10 Zusammengesetzte Ordnungen	725
10.1 Standardverfahren	725
10.2 Zu – Mao – Chen – Huang (Kronecker-Operationen)	729
11 Bimagische Quadrate	735
11.1 Ordnung $n = 8$	736
11.1.1 Coccoz	736
11.1.2 Coccoz (algebraisches Muster)	754
11.1.3 Rilly	756
11.1.4 Tarry	766
11.1.5 Portier	775
11.1.6 Gérardin	781
11.1.7 Tarry – Cazalas	785
11.1.8 Hendricks	791
11.1.9 Kejun Chen – Wen Li	794
11.1.10 De Winkel	798
11.1.11 De Winkel (Pandiagonale Quadrate)	801
11.1.12 Lamb	804
11.1.13 Transformationen von bimagischen Quadraten	807
11.1.14 Normieren von bimagischen Quadraten	813
11.1.15 Anzahl bimagischer Quadrate	816
11.2 Ordnung $n = 9$	820
11.2.1 Coccoz	820
11.2.2 Coccoz (algebraisches Muster)	830
11.2.3 Portier	832
11.2.4 Tarry – Cazalas	851
11.2.5 Hendricks	855
11.2.6 De Winkel	860
11.2.7 Chen	864
11.2.8 Anzahl symmetrischer Quadrate	866
11.2.9 Anzahl symmetrischer diagonaler Euler-Quadrate	870
11.3 Ordnungen 10 bis 15	872
11.3.1 Ordnung 10	872
11.3.2 Ordnung 11	873
11.3.3 Ordnung 12	875
11.3.4 Ordnung 13	879
11.3.5 Ordnung 14	880
11.3.6 Ordnung 15	880
11.4 Ordnung $n = 16$	882
11.4.1 Tarry	882
11.4.2 Tarry – Cazalas	882

11.4.3	Viricel – Boyer	886
11.4.4	Hendricks	891
11.4.5	Kejun Chen – Wen Li	893
11.4.6	Lamb	897
11.5	Ordnungen $n = 20, 24, 28, \dots$	901
11.5.1	Kejun Chen - Wen Li	901
11.6	Ordnung $n = 25$	905
11.6.1	Tarry – Cazalas	905
11.6.2	Hendricks	908
11.6.3	Li Wen	913
11.6.4	Taneja	915
12	Trimagische Quadrate	923
12.1	Ordnung 12	923
12.2	Ordnung 16	926
12.3	Ordnung 24	929
13	Pandiagonale magische Quadrate	931
13.1	Ungerade Ordnungen $n \neq 3k$	931
13.1.1	De La Hire	931
13.1.2	Bachet – Labosne (de la Hire-Methode)	933
13.1.3	Cheng Pin	935
13.1.4	Liang Peiji – Zhang Hangfu – Zhang Xiafu	937
13.1.5	Wang Huifeng	938
13.1.6	Xu Zhihui	941
13.1.7	Zhao Li-hua	943
13.1.8	Hendricks	945
13.2	Ungerade Ordnungen $n = 3k$	947
13.2.1	Margossian	947
13.2.2	Bouteloup	951
13.2.3	Hendricks	967
13.2.4	Candy (Methode 1)	974
13.2.5	Candy (Methode 2)	979
13.3	Ungerade Ordnungen: n ist eine Primzahl	983
13.3.1	Frost	983
13.3.2	Fourrey	985
13.3.3	Candy	990
13.4	Ungerade Ordnungen: n ist keine Primzahl	993
13.4.1	Planck	993
13.5	Doppelt-gerade Ordnungen	997
13.5.1	Aubry	997

13.5.2	Bouteloup	999
13.5.3	Sayles	1012
13.5.4	Woodruff	1016
13.5.5	Wang Zhengyan	1024
13.5.6	Zhang Xiafu – Liang Peiji – Zhang Hangfu	1026
13.5.7	Candy (Methode 1)	1027
13.5.8	Candy (Methode 2)	1032
13.5.9	Hendricks	1035
13.5.10	Barink	1041
13.6	Besondere pandiagonale magische Quadrate	1049
13.6.1	Typ <i>10-in-1</i>	1049
13.6.2	Typ <i>35-in-1</i>	1055
13.7	Weitere Verfahren	1059
14	Supermagische Quadrate	1060
14.1	Margossian	1060
14.2	Hendricks	1063
14.3	Ollerenshaw – Brée	1066
14.4	De Winkel (Zellentausch)	1068
14.5	De Winkel (Dynamic Numbering)	1073
15	Diagonale Euler-Quadrate	1076
15.1	Euler-Quadrate	1076
15.2	Symmetrische diagonale Euler-Quadrate	1078
15.2.1	Ordnung $n=5$	1078
15.2.2	Ordnung $n=7$	1079
15.2.3	Ordnung $n=9$	1092
15.3	Symmetrische Primzahlquadrate	1095
16	Franklin-Quadrate	1100
16.1	Eigenschaften	1101
16.2	Pandiagonale Franklin-Quadrate	1108
16.3	Zerlegung in Euler-Quadrate	1109
16.4	Konstruktionen	1110
16.4.1	Franklin-Quadrat (Jacobs)	1110
16.4.2	Semi-magische Franklin-Quadrate	1112
16.4.3	Pandiagonale Franklin-Quadrate	1116
16.4.4	Pandiagonale Franklin-Quadrate (Breedijk)	1118
16.5	Transformationen	1124
16.5.1	Transformationen von Franklin-Quadraten	1124
16.5.2	Umwandlung in ein pandiagonales Quadrat	1127

16.5.3	Umwandlung in ein supermagisches Quadrat1128
16.5.4	Umwandlung aus einem supermagischen Quadrat1129
17	Eingebettete magische Quadrate1130
17.1	Bentdiagonale Teilquadrate1131
17.2	Überlappende magische Quadrate1133
17.2.1	Ordnung 71133
17.2.2	Ordnung 91136
17.2.3	Ordnung 131141
17.2.4	Ordnung 151145
17.3	Algebraische Muster1148
17.4	Eingebettete Rauten1149
17.5	Fester Rahmen $n=7$1155
17.6	Fester Rahmen $n=9$1157
17.7	Eingebettetes pandiagonales Quadrat der Ordnung 61162
17.8	Rahmen $n=10$1163
17.9	Rahmen $n=12$1166
17.10	Fester Rahmen $n=16$1170
17.11	Fester Rahmen $n=20$1178
17.12	Vier eingebettete Quadrate in einem Rahmen1189
17.13	Eingebettetes bimagisches Quadrat1193
18	Transformationen1195
18.1	Alle Ordnungen1195
18.1.1	Komplementäre Zahlen1195
18.1.2	Zeilen/Spalten-Transformation1197
18.1.3	Zeilen/Spalten-Permutation1199
18.1.4	Quadrantentausch1200
18.2	Ordnungen $n=4k$1202
18.2.1	Transformation symmetrisch \rightarrow pandiagonal1202
18.2.2	Transformation reversibel \rightarrow reversibel1202
18.2.3	Transformation reversibel \rightarrow supermagisch1203
18.2.4	Transformation supermagisch \rightarrow symmetrisch1204
18.2.5	Transformation supermagisch \rightarrow Franklin-Quadrat1205
18.3	Gerade Ordnungen1208
18.3.1	Huber1208
18.4	Pandiagonale Quadrate doppelt-gerader Ordnungen1211
18.4.1	Normalisieren1211
18.4.2	Panflip - Transformation1212
18.5	Pandiagonale Quadrate ungerader Ordnungen1213
18.5.1	Transformationen R^+ und R^-1213

18.5.2	Transformationen C^+ und C^-1214
18.5.3	Chia1215
18.5.4	Transformation gerade - ungerade Spalten1216
18.6	LDR-Darstellung1217
18.7	Weitere Transformationen1220
19	Galerie1222
19.1	Besondere magische Quadrate1222
19.2	Multimagische Quadrate1228
19.2.1	Bimagische Quadrate der Ordnung 81229
19.2.2	Bimagische Quadrate der Ordnung 91230
19.2.3	Pandiagonale bimagische Quadrate1232
19.2.4	Ein bi-pandiagonales bimagisches Quadrat der Ordnung 321236
19.2.5	Trimagische Quadrate1237
19.3	Eingebettete magische Quadrate1237
19.3.1	Einfache eingebettete magische Quadrate1237
19.3.2	Mehrere eingebettete magische Quadrate1240
19.3.3	Eingebettete Rauten1247
19.3.4	Besondere konzentrische magische Quadrate1250
19.4	Vollständige Aufteilung in Inlays1252
19.5	Patchwork-Quadrate1254
19.6	Magische Quadrate mit verschachtelten Inlays1256
19.7	Überlappende magische Quadrate1259
19.8	Eingebettete Quadrate mit optionalen Inlays1266
Literatur1273
Index1298
	Pandiagonale magische Quadrate1311
	Bimagische Quadrate1314
	Magische Quadrate (Autor)1316
	Magische Quadrate (Ordnung)1325